

1. Komplex számok

Def: Komplex számoknak az $a+bi$ alakú formális kifejezéseket nevezzük, ahol a és b valós számok.

Itt $a+bi$ és $c+di$ számokat akkor tekintjük egyenlőnek, ha $a=c$ és $b=d$.

$$a) (a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$$

$$b) (a+bi) \cdot (c+di) = (ac-bd) + (ad+bc)i$$

Áll: Tetszőleges $x, y, z \in \mathbb{C}$ számokra érvényesek:

- ⊕
- (1) $(x+y)+z = x+(y+z)$ asszociativ
 - (2) $x+y = y+x$ kommutativ
 - (3) $x+0 = 0+x = x$ a 0 nullaelem
 - (4) $\forall x$ -nek \exists ellentettje, azaz olyan y -melyre $x+y = y+x = 0$
(Ha $x = a+bi$ akkor $y = -a + (-b)i$)

- ⊙
- (5) $(xy)z = x(yz)$ asszociativ
 - (6) $xy = yx$ kommutativ
 - (7) $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$ az 1 egységelem
 - (8) $(x+y)z = xz + yz$ disztributivitas

Áll: A komplex számok között minden nem nulla számmal lehet osztani

⇓

A komplex számok között egy szorzat csak akkor lehet nulla, ha valamelyik tényezője nulla.

Def: Itt $a+bi$ komplex szám **konjugáltjának** a $\bar{z} = a-bi$ komplex számot, **abszolút értékének** a $|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = \sqrt{a^2+b^2}$ nemnegatív valós számot értjük

Áll: Tetszőleges $z, w \in \mathbb{C}$ számra érvényesek:

- (1) A konjugálás kölcsönösen egyértelmű és $\overline{\bar{z}} = z$.
- (2) $z = \bar{z}$ akkor és csak akkor, ha $z \in \mathbb{R}$.
- (3) $\overline{z+w} = \bar{z} + \bar{w}$ összegtartó
- (4) $\overline{z \cdot w} = \bar{z} \cdot \bar{w}$ szorzattartó