

1. Tekintsünk egy  $n$ -edrendű determinánst. Ha kijelöljük az  $i$ -edik sort és a  $j$ -edik oszlopot, így egy  $(n-1) \times (n-1)$ -es determináns keletkezik. Az  $x_{ij}$  elemhez tartozó  $A_{ij}$  előjeles al-determinánsok ennek a determinánsnak a  $(-1)^{i+j}$ -szorosát adják.

pe:  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$  esetén  $A_{2,3} = (-1)^{5} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 6$ .

### Kifejtési tétel:

Ha egy sor minden elemét megszorozzuk a hozzá tartozó előjeles al-determinánsokkal, az így kapott szorzatoknak az összege a determinánsal egyenlő.

$$\det A = x_{i1}A_{i1} + x_{i2}A_{i2} + \dots + x_{in}A_{in} = \sum_{j=1}^n x_{ij}A_{ij}$$

### Ferde kifejtés

Ha egy sor elemeit rendre egy másik sorhoz tartozó előjeles al-determinánsokkal szorzuk meg, az így kapott szorzatoknak az összege mindig 0.

$$l \neq r \Rightarrow x_{r1}A_{l1} + x_{r2}A_{l2} + \dots + x_{rn}A_{ln} = \sum_{j=1}^n x_{rj}A_{lj} = 0$$

pe:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} = 0$$

### Vandermonde determináns:

Legyen  $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \dots, \gamma_n$  tetszőleges. A  $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$  elemek által generált Vandermonde determináns:

$$V(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n) = \begin{vmatrix} 1 & \gamma_1 & \gamma_1^2 & \dots & \gamma_1^{n-1} \\ 1 & \gamma_2 & \gamma_2^2 & \dots & \gamma_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \gamma_n & \gamma_n^2 & \dots & \gamma_n^{n-1} \end{vmatrix}$$

Itt lesz ismét akkor 0, ha van 2 azonos sor.