

Prüfungsfragen:

Megadható-e olyan létező, amely minden k -re előállítja az n -edik prímszámmal, hogy legkevesebb olyan k számot találjunk, amelyre minden k számra létezik olyan n szám?

1) Igen, létezik nem olyan szám.

↳ Euler elmélete: k . $n^2 + n + 1$ $0 \leq n \leq 39$ esetén prímszám

$$\Rightarrow (k-10)^2 + (k-10) + 1 = n^2 - 79n + 1601 \text{ minden } 0 \leq n \leq 79 \text{ esetén prímszám.}$$

↳ Egy (nem bizonyított) polinom birtokában nem állapítható meg prímszám, mert nem lehet k minden k számra létező prímszám.

3) Megadható olyan többváltozós, egyenletrendszer polinom, amelyre a változók nemnegatív értékei esetén pontosan egy k számra létezik olyan n szám?

Fermat - és Mersenne - prímszámok

Fermat prímszám: $2^k + 1$ alakú

Mersenne prímszám: $2^k - 1$ alakú

II: F_n bármely (pozitív) n számra $k \leq n$, $0 \leq k \leq n$ esetén $2^k + 1$ alakú

I: k legkisebb $p > 2$ prímszám esetén H_p bármely (pozitív) n számra egyenlő $2kp + 1$ és $8p \pm 1$ alakú.

Kucsa - Kucsa teszt: k legkisebb $p > 2$ prímszám, továbbá $a_1 = k$ és $a_{i+1} = a_i^2 - 2$, $k \leq i \leq 1$. Ekkor H_p pontosan akkor, ha

$$H_p \mid a_{p-1}$$

Dirichlet - tétel: Ha $a, d > 0$ és a egységeket nem osztó, akkor az $a + kd$ $k = 0, 1, 2, \dots$ számsorozat sorozat végtelen sok prímszámot tartalmaz.

I: $1 \leq k \leq 3$ esetén k prímszámok száma végtelen.

II: Bármely $m > 0$ esetén az $m \leq k \leq m+1$ $k = 0, 1, 2, \dots$ számok között ∞ sok prímszám van.

Chebichev tétel: Bármely $n \geq 1$ egész esetén létezik olyan p prímszám, amelyre $n < p \leq 2n$.